TOÁN KINH TẾ

Nguyễn Văn Minh

16th March 2009

1. *Mô hình toán kinh tế*
   - Mô hình kinh tế
   - Mô hình toán kinh tế
2. *Cấu trúc mô hình toán kinh tế*
   - Biến số và tham số
   - Quan hệ giữa các biến
   - Phân loại mô hình

1. *Các bước xây dựng mô hình*

2. *Phân tích và sử dụng mô hình*
   - Đo lường sự thay đổi của biến nội sinh theo biến ngoại sinh
     - Sự thay đổi tuyệt đối
     - Sự thay đổi tương đối-Hệ số co giãn
   - Tính hệ số tăng trưởng
   - Hệ số thay thế
   - Quy mô và hiệu quả

Biến số có 2 loại:
-) *Biến độc lập (theo toán học), còn có tên là biến ngoại sinh, biến giải thích.* Biến ngoại sinh có tính độc lập, tồn tại ngoài mô hình, như chính sách của Chính phủ, hoạt động kinh tế quốc tế.
-) *Biến phụ thuộc(theo toán học), còn có tên là biến nội sinh, biến được giải thích.* Biến nội sinh phụ thuộc biến ngoại sinh và phụ thuộc lẫn nhau, nó tồn tại bên trong mô hình.
Ví dụ: Lạm phát là biến nội sinh phụ thuộc biến cung tiền.
-) *Tham số:* Là biến tương đối ổn định, có thể coi là hằng số. Đó là các mối quan hệ kinh tế nảy sinh trong hoạt động kinh tế giữa các chủ thể. Các quan hệ chủ yếu gồm:
-) Quan hệ hành vi.
-) Quan hệ kỹ thuật.
-) Quan hệ thể chế.
-) Quan hệ mua bán.

Phân loại mô hình

-) Mô hình dạng giá trị và mô hình dạng hiện vật
-) Mô hình tĩnh và động.
-) Mô hình kinh tế vi mô và vĩ mô.
-) Mô hình ngắn hạn và dài hạn.
Bước 1: Lựa chọn vấn đề nghiên cứu.
Bước 2: Lựa chọn cơ sở lý luận
Bước 3: Lựa chọn các biến số, các phương trình
Bước 4: Mô phỏng thực tiễn và hiệu chỉnh mô hình Sau khi có mô hình toán kinh tế. Một trong những nội dung cơ bản là phân tích mối quan hệ giữa các biến, đặc biệt là quan hệ các biến nội sinh, biến nội sinh với ngoại sinh, ảnh hưởng của tham số. Sau đây là một số công cụ để phân tích và sử dụng mô hình. Ta quan tâm tới biến động (cả về xu hướng và độ lớn) của *một* biến nội sinh khi *một* biến ngoại sinh thay đổi nhỏ, còn các biến khác vẫn giữ nguyên.

Sự thay đổi tuyệt đối

Xét hàm $y = f(x_1, x_2, ..., x_k, ...x_n)$. Cho x_k thay đổi một lượng Δ_k, khi đó y thay đổi một lượng Δy:

$$\Delta y = f(x_1, x_2, ..., x_k + \Delta x_k, ...x_n) - f(x_1, x_2, ..., x_k, ..., x_n)$$

Δy là lượng thay đổi tuyệt đối.
Còn $\dfrac{\Delta y}{\Delta x_k}$ là lượng thay đổi trung bình
Lượng thay đổi tức thời tại điểm đang xét $p = \dfrac{\partial y}{\partial x_k}$ Nếu Δx_k khá nhỏ (gần 0) thì $P \approx p$. Nếu $\Delta x_k = 1$, thì $p \approx \Delta y$
Ví dụ Chi phí $C(Q)$ phụ thuộc sản lượng Q và được mô hình hóa như sau: $C(Q) = Q^3 - Q^2 + 2$.
-) Hãy tính sự thay đổi của C khi Q tăng hoặc giảm 1 đơn vị (chi phí cận biên) tại $Q = Q_0 = 3$.
Ký hiệu lượng thay đổi tại Q bất kỳ là MC,
$MC = (Q^3 - Q^2 + 2)' = 3Q^2 - 2Q$. Thay $Q = Q_0 = 3$, ta được $MC(3) = 3.3.3 - 2.3 = 21$

Sự thay đổi tương đối-Hệ số co giãn

Để đo sự thay đổi tương đối của biến nội sinh với sự thay đổi tương đối của một biến ngoại sinh, ta dùng hệ số co giãn $\varepsilon_{y/x}$ hay là ε_x^y, được tính bởi công thức $\varepsilon_{y/x} = \varepsilon_x^y = \dfrac{\frac{\partial y}{\partial x}}{\frac{y}{x}}$

Nếu muốn đo sự thay đổi tương đối của y khi tất cả các biến x_k đều thay đổi tương đối, ta dùng công thức tính hệ số co giãn toàn phần sau đây:

$$\varepsilon_x^y = \varepsilon_{x_1}^y + \varepsilon_{x_2}^y + ... + \varepsilon_{x_n}^y$$

trong đó, $\varepsilon_{x_i}^y$ là hệ số co giãn riêng của y theo biến x_i. ε_x^y cho ta biết tỷ lệ % thay đổi của y, khi tất cả các biến x_i đều thay đổi 1%. Xu hướng thay đổi của y phụ thuộc vào dấu và độ lớn của các hệ số co giãn riêng.

Ví dụHàm Cobb-Douglas

$$y = a_0 x_1^{a_1}.x_2^{a_2}...x_n^{a_n}$$

Hệ số co giãn toàn phần:

$$\varepsilon_x^y = a_1 + a_2 + ... + a_n$$

Tính hệ số tăng trưởng

Trong trường hợp mô hình có các phương trình cấu trúc có biến thời gian. Giả sử $y(t) = f(x_1, ..., x_i, ...x_n, t)$, hệ số tăng trưởng của $y(t)$ được tính:

$$r_y = \frac{\frac{\partial y}{\partial t}}{y}$$

Ví dụ Một lượng tiền T_0, gửi vào ngân hàng với lãi suất k, sau thời gian t số tiền có được là T(t), tính theo công thức

$T(t) = T_0.e^{kt}$. Hệ số tăng trưởng là $r_T = \frac{\frac{\partial y}{\partial t}}{y} = k$

Từ định nghĩa hệ số tăng trưởng, ta dễ tính được:

Nếu $y = uv$, thì $r_y = r_u + r_v$

Nếu $y = u/v$, thì $r_y = r_u - r_v$

Nếu $y = u + v$, thì $r_y = \frac{u}{u+v} r_u + \frac{v}{u+v} r_v$

Nếu $y = u - v = u + (-v)$, thì $r_y = \frac{u}{u-v} r_u - \frac{v}{u-v} r_v$

Hệ số thay thế

Giả sử ta có hàm $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ là hàm nhiều biến khả vi, khi đó:

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1}.dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}.dx_2 + ... + \frac{\partial f}{\partial x_n}.dx_n$$

Cố định $x_3, x_4, ..., x_n$ cho x_1, x_2 thay đổi, sao cho y không đổi, khi đó ta có: $dy = \frac{\partial f}{\partial x_1}.dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}.dx_2 = 0$, suy ra: $\frac{dx_1}{dx_2} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x_2}}{\frac{\partial f}{\partial x_1}}$

Đó chính là hệ số thay thế của x_2 cho x_1, nó cho biết khi x_2 giảm (tăng) 1 đơn vị cần tăng (giảm) x_1 bao nhiêu để y không đổi.
Tương tự, ta có thể tính hệ số thay thế của biến x_j cho biến x_i theo công thức

$$MRS_{x_i/x_j} = \frac{x_i}{x_j} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x_j}}{\frac{\partial f}{\partial x_i}}$$

Dấu (-) ở vế phải có ý nghĩa là khi ta giảm mức sử dụng x_j thì phải tăng mức sử dụng x_i. Nếu không có dấu (-) phía trước, thì x_i và x_j đồng biến chứ không có ý nghĩa thay thế.

Quy mô và hiệu quả

Trong mô hình toán kinh tế, hàm sản xuất là lớp mô hình quan trọng. Giả sử có hàm sản xuất $Q = Q(x_1, x_2, ..., x_n)$. Trong đó $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là véc tơ đầu vào, hay còn gọi là véc tơ yếu tố sản xuât. Vấn đề đặt ra là: gấp véc tơ đầu vào lên k lần (k>1), thì sản lượng Q thay đổi thế nào?

Definition

Nếu thay véc tơ x bởi véc tơ kx, ta nói đã tăng quy mô sản xuất k lần.
Nếu $Q(kx) > kQ(x)$, ta nói tăng quy mô có hiệu quả.
Nếu $Q(kx) < kQ(x)$, ta nói tăng quy mô kém hiệu quả.
Nếu $Q(kx) = kQ(x)$, ta nói tăng quy mô không thay đổi hiệu quả.

Ví dụ $Q(K, L) = aK^{\alpha}L^{\beta}$ véc tơ đầu vào là $x = (K, L).Q(kK, kL) = a(kK)^{\alpha}(kL)^{\beta} = k^{\alpha+\beta}aK^{\alpha}L^{\beta} = k^{\alpha+\beta}Q(K, L)$
Như vậy khi tăng quy mô sản xuất k lần thì sản lượng tăng $k^{\alpha+\beta}$ lần. Ta có kết luận sau:
Nếu $\alpha + \beta > 1$, thì $k^{\alpha+\beta} > k$, suy ra: tăng quy mô có tăng hiệu quả