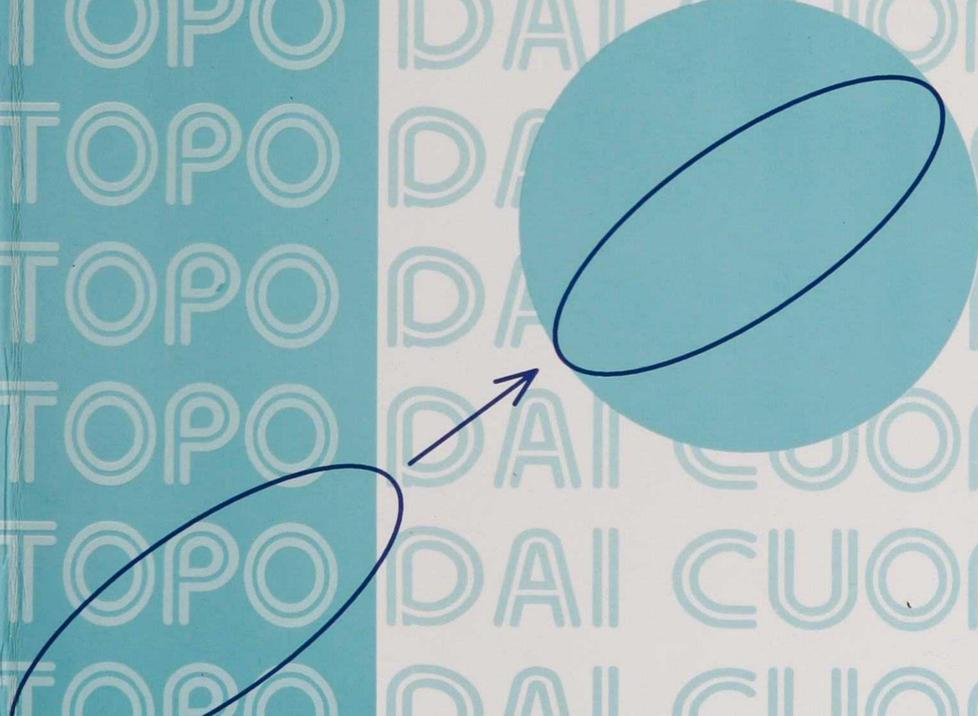
NÔNG QUỐC CHINH

TÔPÔ ĐẠI CƯƠNG



SP

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

TS. NÔNG QUỐC CHINH

TÔPÔ ĐẠI CƯƠNG

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Mã số: 01.02 -17/18 – ĐH. 2003

MỤC LỤC

Lời nói đầu

Giáo trình "Tôpô đại cương" trình bày những khái niệm cơ bản của tôpô, cách xây dựng tôpô, phân loại các không gian tôpô, sự đồng phôi giữa các không gian tôpô và xét trường hợp riêng của không gian tôpô như không gian compắc, không gian liên thông, không gian mêtric, … . Đây là những kiến thức cơ sở cần thiết cho nhiều lĩnh vực toán học khác nhau như Giải tích hàm, Lý thuyết độ đo và tích phân, Tôpô đại số, Hình học vi phân, … .

Giáo trình được viết trên cơ sở những bài giảng cho sinh viên năm thứ 3 hệ Cử nhân ngành Toán và sinh viên hệ Sau đại học ngành Toán của khoa Toán, trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên.

Giáo trình bao gồm 4 chương, trong mỗi chương có nêu nhiều ví dụ minh hoạ và có phần bài tập cơ bản để sinh viên tự giải.

Trong lần xuất bản đầu tiên này chắc rằng không tránh khỏi thiếu sót. Chúng tôi mong nhận được sự góp ý của bạn đọc.

TÁC GIẢ

Chương 0
NHỮNG KIẾN THỨC CƠ SỞ

§1. CÁC PHÉP TOÁN VỀ TẬP HỢP

1 Giao, hợp, hiệu

Đối với các tập con A, B, C của tập hợp X ta có:

$A \cup B = B \cup A,$

$A \cap B = B \cap A,$

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C,$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C,$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C),$

$X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B)$, (Công thức De Morgan)

$X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B)$, (Công thức De Morgan)

$A \setminus B = A \cap (X \setminus B),$

$(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C),$

$X \setminus (A \setminus B) = B \cup (X \setminus A).$

Giả sử $(A_i)_{i \in I}$ và $(B_k)_{k \in K}$ là hai họ những tập con tùy ý của tập hợp X. Khi đó:

$$\left(\bigcup_{i\in I} A_i\right) \cap \left(\bigcup_{k\in K} B_k\right) = \bigcup_{\substack{i\in I\\ k\in K}} (A_i \cap B_k),$$

$$\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right)\cup\left(\bigcap_{k\in K} B_k\right)=\bigcap_{\substack{i\in I\\ k\in K}}\left(A_i\cup B_k\right),$$

$$X\setminus\left(\bigcup_{i\in I} A_i\right)=\bigcap_{i\in I}(X\setminus A_i)$$,(Công thức De Morgan mở rộng)

$$X\setminus\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right)=\bigcup_{i\in I}(X\setminus A_i).$$ (Công thức De Morgan mở rộng)

2 Tích Đềcác

Giả sử, X và Y là những tập hợp, $X\times Y$ là tích Đềcác của chúng. Với $U_1, U_2 \subset X$ và $V_1, V_2 \subset Y$ ta có:

$$(U_1\times V_1)\cap(U_2\times V_2)=(U_1\cap U_2)\times(V_1\cap V_2),$$

$$(U_1\times V_1)\cup(U_2\times V_2)\subset(U_1\cup U_2)\times(V_1\cup V_2).$$

3 Ánh xạ

Cho ánh xạ $f: X\to Y$. Đối với bất kỳ $A, B\subset X$ ta có:

$$f(A\cup B)=f(A)\cup f(B),$$

$$f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B),$$

$$f(A)\setminus f(B)\subset f(A\setminus B).$$

Giả sử $(A_i)_{i\in I}$ là họ những tập con tùy ý của tập hợp X. Khi đó:

$$f\left(\bigcup_{i\in I} A_i\right)=\bigcup_{i\in I} f(A_i),$$

$$f\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right)\subseteq\bigcap_{i\in I} f(A_i)$$

Đối với bất kỳ $M, N\subset Y$ ta có:

$$f^{-1}(M\cup N)=f^{-1}(M)\cup f^{-1}(N),$$

$f^{-1}(M \cap N) = f^{-1}(M) \cap f^{-1}(N)$,

$f^{-1}(M \setminus N) = f^{-1}(M) \setminus f^{-1}(N)$,

$f(f^{-1}(M)) = M \cap f(X)$,

Giả sử $(M_i)_{i \in I}$ là họ những tập con tùy ý của tập hợp Y. Khi đó:

$$f^{-1}\left(\bigcup_{i \in I} M_i\right) = \bigcup_{i \in I} f^{-1}(M_i),$$

$$f^{-1}\left(\bigcap_{i \in I} M_i\right) = \bigcap_{i \in I} f^{-1}(M_i).$$

§2. QUAN HỆ THỨ TỰ

Quan hệ hai ngôi $\leq$ trên tập hợp X được gọi là một quan hệ thứ tự nếu các điều kiện sau thỏa mãn:

a) Phản xạ: $x \leq x$, $\forall x \in X$.

b) Phản đối xứng: $\forall x, y \in X$, nếu $x \leq y$ và $y \leq x$ thì $x = y$.

c) Bắc cầu: $\forall x, y, z \in X$, nếu $x \leq y$ và $y \leq z$ thì $x \leq z$.

Tập hợp X đã trang bị một quan hệ thứ tự $\leq$ được gọi là tập sắp thứ tự. Nếu $x \leq y$, ta nói x đứng trước y, hay x nhỏ hơn hoặc bằng y. Khi $x \leq y$ và $x \neq y$, ta sẽ viết $x < y$. Ta nói hai phần tử x và y trong X là so sánh được nếu $x \leq y$ hoặc $y \leq x$.

Cho X là tập sắp thứ tự. Phần tử $a \in X$ được gọi là phần tử cực tiểu (tương ứng cực đại) trong X, nếu $\forall x \in X$, điều kiện $x \leq a$ (tương ứng $a \leq x$) kéo theo $x = a$. Trong một tập sắp thứ tự không nhất thiết phải luôn có phần tử cực tiểu (cực đại), và cũng có thể có nhiều