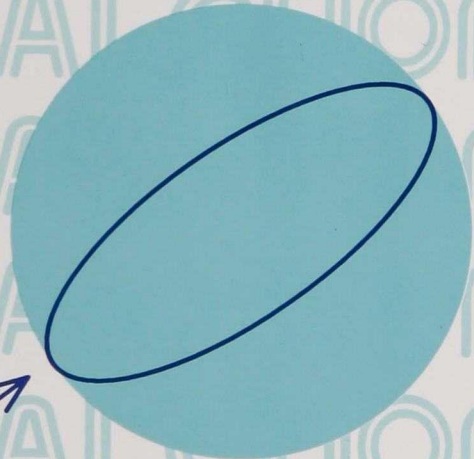


NÔNG QUỐC CHINH

TÔPO ĐẠI CƯỜNG



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

TS. NÔNG QUỐC CHINH

TÔ PÔ ĐẠI CƯƠNG

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Mã số: 01.02 -17/18 – ĐH. 2003

MỤC LỤC

Lời nói đầu	5
Chương 0. Những kiến thức cơ sở	6
§1. Các phép toán về tập hợp	6
§2. Quan hệ thứ tự	8
§3. Tiên đề chọn	10
Chương 1. Không gian mêtric	12
§1. Không gian mêtric, sự hội tụ trong không gian mêtric	12
§2. Tập hợp mở và tập hợp đóng	16
§3. Ánh xạ liên tục giữa các không gian mêtric	21
§4. Không gian mêtric đầy đủ	24
§5. Tập compac	37
Bài tập	50
Chương 2. Không gian tôpô	34
§1. Cấu trúc tôpô	34
§2. Điểm giới hạn, phần trong, phần ngoài, biên và bao đóng của một tập	61
§3. Cơ sở của không gian tôpô	68
Bài tập	75
Chương 3. Ánh xạ liên tục, không gian con, không gian tích, không gian thương	79
§1. Ánh xạ liên tục – phép đồng phôi	79

§2. So sánh hai tôpô	85
§3. Tôpô xác định bởi một họ ánh xạ	86
§4. Các tiên đề tách	89
§5. Không gian con của một không gian tôpô	97
§6. Tích Đề các của các không gian tôpô	102
§7. Tổng trực tiếp của một họ không gian tôpô	114
§8. Tôpô thương	116
§9. Tôpô mêtric, không gian mêtric hoá	117
Bài tập	122
Chương 4. Không gian compac, không gian liên thông	127
§1. Không gian compac	127
§2. Không gian compac địa phương	136
§3. Compac hoá	141
§4. Không gian liên thông	144
Bài tập	153

Lời nói đầu

Giáo trình “Tôpô đại cương” trình bày những khái niệm cơ bản của tôpô, cách xây dựng tôpô, phân loại các không gian tôpô, sự đồng phôi giữa các không gian tôpô và xét trường hợp riêng của không gian tôpô như không gian compac, không gian liên thông, không gian mêtric, Đây là những kiến thức cơ sở cần thiết cho nhiều lĩnh vực toán học khác nhau như Giải tích hàm, Lý thuyết độ đo và tích phân, Tôpô đại số, Hình học vi phân,

Giáo trình được viết trên cơ sở những bài giảng cho sinh viên năm thứ 3 hệ Cử nhân ngành Toán và sinh viên hệ Sau đại học ngành Toán của khoa Toán, trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên.

Giáo trình bao gồm 4 chương, trong mỗi chương có nêu nhiều ví dụ minh họa và có phần bài tập cơ bản để sinh viên tự giải.

Trong lần xuất bản đầu tiên này chắc rằng không tránh khỏi thiếu sót. Chúng tôi mong nhận được sự góp ý của bạn đọc.

TÁC GIẢ

Chương 0

NHỮNG KIẾN THỨC CƠ SỞ

§1. CÁC PHÉP TOÁN VỀ TẬP HỢP

1 Giao, hợp, hiệu

Đối với các tập con A, B, C của tập hợp X ta có:

$$A \cup B = B \cup A,$$

$$A \cap B = B \cap A,$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C,$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C,$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C),$$

$$X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B), \text{ (Công thức De Morgan)}$$

$$X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B), \text{ (Công thức De Morgan)}$$

$$A \setminus B = A \cap (X \setminus B),$$

$$(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C),$$

$$X \setminus (A \setminus B) = B \cup (X \setminus A).$$

Giả sử $(A_i)_{i \in I}$ và $(B_k)_{k \in K}$ là hai họ những tập con tùy ý của tập hợp X . Khi đó:

$$\left(\bigcup_{i \in I} A_i \right) \cap \left(\bigcup_{k \in K} B_k \right) = \bigcup_{\substack{i \in I \\ k \in K}} (A_i \cap B_k),$$

$$\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) \cup \left(\bigcap_{k \in K} B_k\right) = \bigcap_{\substack{i \in I \\ k \in K}} (A_i \cup B_k),$$

$$X \setminus \left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \bigcap_{i \in I} (X \setminus A_i), \text{ (Công thức De Morgan mở rộng)}$$

$$X \setminus \left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) = \bigcup_{i \in I} (X \setminus A_i). \text{ (Công thức De Morgan mở rộng)}$$

2 Tích Đê các

Giả sử, X và Y là những tập hợp, $X \times Y$ là tích Đê các của chúng. Với $U_1, U_2 \subset X$ và $V_1, V_2 \subset Y$ ta có:

$$(U_1 \times V_1) \cap (U_2 \times V_2) = (U_1 \cap U_2) \times (V_1 \cap V_2),$$

$$(U_1 \times V_1) \cup (U_2 \times V_2) \subset (U_1 \cup U_2) \times (V_1 \cup V_2).$$

3 Ánh xạ

Cho ánh xạ $f : X \rightarrow Y$. Đối với bất kỳ $A, B \subset X$ ta có:

$$f(A \cup B) = f(A) \cup f(B),$$

$$f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B),$$

$$f(A) \setminus f(B) \subset f(A \setminus B).$$

Giả sử $(A_i)_{i \in I}$ là họ những tập con tùy ý của tập hợp X . Khi đó:

$$f\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \bigcup_{i \in I} f(A_i),$$

$$f\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) \subseteq \bigcap_{i \in I} f(A_i)$$

Đối với bất kỳ $M, N \subset Y$ ta có:

$$f^{-1}(M \cup N) = f^{-1}(M) \cup f^{-1}(N),$$

$$f^{-1}(M \cap N) = f^{-1}(M) \cap f^{-1}(N),$$

$$f^{-1}(M \setminus N) = f^{-1}(M) \setminus f^{-1}(N),$$

$$f(f^{-1}(M)) = M \cap f(X),$$

Giả sử $(M_i)_{i \in I}$ là họ những tập con tùy ý của tập hợp Y . Khi đó:

$$f^{-1}\left(\bigcup_{i \in I} M_i\right) = \bigcup_{i \in I} f^{-1}(M_i),$$

$$f^{-1}\left(\bigcap_{i \in I} M_i\right) = \bigcap_{i \in I} f^{-1}(M_i).$$

§2. QUAN HỆ THỨ TỰ

Quan hệ hai ngôi \leq trên tập hợp X được gọi là một quan hệ thứ tự nếu các điều kiện sau thỏa mãn:

- Phản xạ: $x \leq x, \forall x \in X$.
- Phản đối xứng: $\forall x, y \in X$, nếu $x \leq y$ và $y \leq x$ thì $x = y$.
- Bắc cầu: $\forall x, y, z \in X$, nếu $x \leq y$ và $y \leq z$ thì $x \leq z$.

Tập hợp X đã trang bị một quan hệ thứ tự \leq được gọi là tập sắp thứ tự. Nếu $x \leq y$, ta nói x đứng trước y , hay x nhỏ hơn hoặc bằng y . Khi $x \leq y$ và $x \neq y$, ta sẽ viết $x < y$. Ta nói hai phần tử x và y trong X là so sánh được nếu $x \leq y$ hoặc $y \leq x$.

Cho X là tập sắp thứ tự. Phần tử $a \in X$ được gọi là phần tử cực tiểu (tương ứng cực đại) trong X , nếu $\forall x \in X$, điều kiện $x \leq a$ (tương ứng $a \leq x$) kéo theo $x = a$. Trong một tập sắp thứ tự không nhất thiết phải luôn có phần tử cực tiểu (cực đại), và cũng có thể có nhiều