ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ VÂN ANH

HIỆU CHỈNH BẤT ĐẲNG THỨC PHÂN HỖN HỢP

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN – 2011

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

----✍📖✍----

NGUYỄN THỊ VÂN ANH

HIỆU CHỈNH BẤT ĐẲNG THỨC PHÂN HỖN HỢP

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60.46.36

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN – 2011

Mục lục

LỜI CẢM ƠN

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới TS. Nguyễn Thị Thu Thủy, Trưởng Khoa Toán - Tin, Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên, người đã hướng dẫn, chỉ dạy tận tình để tôi hoàn thành luận văn này.

Tôi xin chân thành cảm ơn các Giáo sư của trường Đại học Khoa học, Viện Toán học, Viện Công nghệ Thông tin - Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam đã truyền thụ kiến thức cho tôi trong suốt quá trình học tập vừa qua.

Tôi cũng xin cảm ơn cơ quan, bạn bè đồng nghiệp, gia đình đã chia sẻ, giúp đỡ, động viên, tạo mọi điều kiện thuận lợi để tôi hoàn thành luận văn này.

Tác giả

Nguyễn Thị Vân Anh

MỞ ĐẦU

Cho X là một không gian Banach thực phản xạ, X^* là không gian liên hợp của X, cả hai có chuẩn đều được kí hiệu là $\|.\|$, $A : X \to X^*$ là toán tử đơn điệu đơn trị và $\varphi : X \to \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ là phiếm hàm lồi chính thường nửa liên tục dưới. Với $f \in X^*$, tìm $x^0 \in X$ sao cho

$$\langle A(x^0) - f, x - x^0 \rangle + \varphi(x) - \varphi(x^0) \geq 0 \quad \forall x \in X, \tag{0.1}$$

ở đây $\langle x^*, x \rangle$ kí hiệu giá trị phiếm hàm tuyến tính liên tục $x^* \in X^*$ tại $x \in X$. Bài toán (0.1) được gọi là bất đẳng thức biến phân hỗn hợp *(mixed variational inequality)*, đôi khi còn được gọi là bất đẳng thức biến phân loại hai *(variational inequality of the second kind)*.

Khi A là đạo hàm Gâteaux của một phiếm hàm lồi chính thường, nửa liên tục dưới F, $f \equiv \theta \in X^*$, thì bất đẳng thức biến phân hỗn hợp (0.1) tương đương với bài toán cực trị lồi không khả vi

$$\min_{x \in X} \{F(x) + \varphi(x)\}. \tag{0.2}$$

Trường hợp riêng của bất đẳng thức biến phân hỗn hợp (0.1), khi φ là hàm chỉ *(indicator function)* của tập lồi đóng K trong X, là bài toán bất đẳng thức biến phân cổ điển *(classical variational inequality)*: tìm $x^0 \in K$ sao cho

$$\langle A(x^0) - f, x - x^0 \rangle \geq 0 \quad \forall x \in K. \tag{0.3}$$

Nếu $K \equiv X$ thì bài toán (0.3) có dạng phương trình toán tử

$$A(x) = f. \tag{0.4}$$

Bài toán (0.1), cũng như (0.3) và (0.4), khi toán tử A không có tính chất đơn điệu đều hoặc đơn điệu mạnh và hàm φ không lồi mạnh, nói chung là những bài toán đặt không chỉnh *(ill-posed)* theo nghĩa nghiệm của chúng không phụ thuộc liên tục vào dữ kiện ban đầu.

Đối với bất đẳng thức biến phân hỗn hợp (0.1), O. A. Liskovets [7] xây dựng nghiệm hiệu chỉnh dựa trên việc giải bất đẳng thức biến phân: tìm $x_\alpha^\tau \in X$ sao cho

$$\begin{aligned}\langle A_h(x_\alpha^\tau) + \alpha U^s(x_\alpha^\tau - x_*) - f_\delta, x - x_\alpha^\tau\rangle \\ + \varphi_\varepsilon(x) - \varphi_\varepsilon(x_\alpha^\tau) \geq 0 \quad \forall x \in X,\end{aligned} \tag{0.5}$$

ở đây $(A_h, f_\delta, \varphi_\varepsilon)$ là xấp xỉ của (A, f, φ), $\tau = (h, \delta, \varepsilon)$. Ông đã chỉ ra rằng khi A_h là toán tử đơn điệu, h-liên tục thì bất đẳng thức biến phân (0.5) có duy nhất nghiệm x_α^τ và nếu $\dfrac{h + \delta + \varepsilon}{\alpha} \to 0$ khi $h, \delta, \varepsilon, \alpha \to 0$, thì dãy nghiệm x_α^τ hội tụ đến nghiệm có x_*-chuẩn nhỏ nhất của bất đẳng thức biến phân hỗn hợp (0.1). Việc nghiên cứu tiếp tục các vấn đề như: xác định tham số hiệu chỉnh theo nguyên lí độ lệch cũng như độ lệch suy rộng, xây dựng nghiệm hiệu chỉnh hữu hạn chiều cũng như đánh giá tốc độ hội tụ của nghiệm hiệu chỉnh cho bài toán này được Nguyễn Bường và Nguyễn Thị Thu Thủy nghiên cứu trong [4].

Mục đích của luận văn này nhằm trình bày lại các kết quả hiệu chỉnh bất đẳng thức biến phân hỗn hợp của Liskovets [7], Nguyễn Bường và Nguyễn Thị Thu Thủy [4]. Đồng thời đưa ra một kết quả số có tính chất minh họa.

Nội dung của luận văn được trình bày trong hai chương. Chương 1 giới thiệu một số kiến thức cơ bản về bài toán đặt không chỉnh và bất đẳng thức biến phân hỗn hợp.

Trong chương 2 sẽ trình bày phương pháp hiệu chỉnh cho bất đẳng thức biến phân hỗn hợp. Các kết quả được trình bày ở đây là sự hội tụ của nghiệm hiệu chỉnh, đánh giá tốc độ hội tụ của phương pháp hiệu chỉnh với tham số hiệu chỉnh được chọn tiên nghiệm. Ở phần cuối của chương chúng tôi đưa ra một kết quả số có tính chất minh họa cho phương pháp nghiên cứu. Kết quả này được nhận đăng ở Tạp chí Khoa học và Công nghệ Đại học Thái Nguyên, tháng 08 năm 2011 [2].

MỘT SỐ KÝ HIỆU VÀ CHỮ VIẾT TẮT

H	không gian Hilbert thực
X	không gian Banach thực
X^*	không gian liên hợp của X
$\mathbb{R}^n$	không gian Euclide n chiều
$\emptyset$	tập rỗng
$x := y$	x được định nghĩa bằng y
$\forall x$	với mọi x
$\exists x$	tồn tại x
$\inf\limits_{x \in X} F(x)$	infimum của tập $\{F(x) : x \in X\}$
I	ánh xạ đơn vị
A^T	ma trận chuyển vị của ma trận A
$a \sim b$	a tương đương với b
A^*	toán tử liên hợp của toán tử A
$D(A)$	miền xác định của toán tử A
$R(A)$	miền giá trị của toán tử A
$x^k \to x$	dãy $\{x^k\}$ hội tụ mạnh tới x
$x^k \rightharpoonup x$	dãy $\{x^k\}$ hội tụ yếu tới x

Chương 1

Bất đẳng thức biến phân hỗn hợp

1.1. Bất đẳng thức biến phân hỗn hợp

Bài toán bất đẳng thức biến phân trong không gian vô hạn chiều đã được nhà toán học người Italia là Stampacchia và các đồng sự đưa ra trong khi nghiên cứu các bài toán biên tự do [9]. Từ đó các phương pháp bất đẳng thức biến phân vô hạn chiều đã được sử dụng rộng rãi và có hiệu quả trong các phương trình vật lý toán. Lớp bài toán này được xuất hiện trong nhiều ứng dụng của toán học, phương trình phi tuyến, mô hình cân bằng trong kinh tế và kỹ thuật.... Trong mục này, chúng tôi trình bày nội dung của bài toán, các vấn đề có liên quan và điều kiện tồn tại nghiệm. Các khái niệm và kết quả trong mục này được tham khảo trong các tài liệu [1], [3], [5].

1.1.1. Phát biểu bài toán

Cho X là không gian Banach thực phản xạ, X^* là không gian liên hợp của X, $A : X \to X^*$ là một toán tử đơn trị và $\varphi : X \to \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ là một phiếm hàm xác định trên X. Kí hiệu miền hữu hiệu của φ là $dom\varphi$, trong đó theo định nghĩa

$$dom\varphi = \{x \in X : \varphi(x) < +\infty\}.$$

Định nghĩa 1.1. *Hàm φ được gọi là*